БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

ФАКУЛЬТЕТ ТРАНСПОРТНЫХ КОММУНИКАЦИЙ

КАФЕДРА “ГЕОДЕЗИИ ИАЭРОКОСМИЧЕСКИХ ГЕОТЕХНОЛОГИЙ”

ОТЧЕТ

по лабораторной работе №2 “Альтернативная обработка многократных измерений одной величины”

по дисциплине “Теория математической обработки геодезических измерений”

Вариант 11

Выполнил:

ст.гр.31401123

Подсуконный Д.Г.

Проверил: Будо А. Ю.

Минск

2025

ВВЕДЕНИЕ

В геодезической практике все величины разделяются на измеренные и вычисленные, то есть полученные путем вычислений как функции измеренных величин. Результат измерения в геодезии представляет собой именованное число.

По точности результаты измерений делят на равноточные и неравноточные. О равноточности или неравноточности результатов судят по полученным из опыта критериям точности. Основным критерием точности измерений по существующим государственным стандартам является средняя квадратическая погрешность, которая позволяет определить относительную точность – вес измерения.

Существенной особенностью производства геодезических работ является наличие избыточных измерений. При измерении одной одномерной величины (длина, направление и др.) необходимым, для однозначного определения, является одно измерение, остальные будут избыточными. Избыточные измерения позволяют производить математическую обработку результатов измерений одной величины с целью получения её наиболее надежного значения, а также средней квадратической погрешности этого измерения. Однако основной задачей математической обработки измерений одной величины является получение наилучшего приближения вероятного значения величины к её истинному значению и оценка качества измерений.

Обработка многократных измерений одной величины является основой всех других способов обработки и поэтому требует тщательного и всестороннего изучения. Теоретический анализ показывает, что основные проблемы при данной обработке связаны с количеством измерений, степенью незнания закона распределения погрешностей результатов измерений и степенью влияния мешающих параметров. Это деление достаточно условно, так как все они достаточно тесно связаны между собой.

**Цель работы:** выполнить обработку непараметрическими методами (закон распределения неизвестен) многократно измеренного превышения, установить наличие систематического влияния и грубых ошибок в измеренном ряду данных.

Исходными данными для работы является превышение h между двумя точками, измеренное N раз при разном количестве штативов n в каждом измерении.

Таблица 1- Исходные данные

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| h | | n | |
| |  | | --- | | 11.350  9.335  11.435  11.660  11.408  12.213  12.300  12.109  11.852  12.518  11.661  11.147  10.370  12.193  10.730  11.506  11.460  9.982  10.240  11.050  12.976  10.930  11.942  13.645  12.248  11.867  12.387  11.990  14.070  11.162  11.096  10.712  12.513  12.269  11.317  11.331  11.061  12.715  12.824  11.247  12.030  13.130  11.791  13.550  11.437  12.274  12.005  12.607  11.651  13.273  12.132  12.491  14.138  13.300  11.228  13.029  10.633  12.242  11.440  10.764  11.357  13.710  11.283  12.008 | | |  | | --- | | 10.992  11.175  11.758  13.593  12.467  13.532  12.742  11.694  11.492  15.243  13.119  12.124  12.051  12.692  11.763  11.202  11.923  11.814  12.350  10.867  13.695  10.224  10.632  11.609  10.991  12.626  12.268  12.352  11.233  10.424  13.002  12.514  12.188  11.539  13.068  12.471  12.388  13.958  12.933  12.258  12.718  12.310  12.662  11.809  9.592  10.839  12.413  13.905  12.347  12.167  11.962  12.067  13.118  10.894  12.398  13.425  11.099  14.093  12.519  10.984  12.736  11.281  12.190  9.812 | | |  | | --- | | 1  8  4  1  5  10  4  8  11  8  15  8  14  8  11  1  13  4  3  15  15  8  6  14  14  3  11  11  5  2  13  15  2  9  7  12  14  12  8  11  11  9  2  9  2  10  12  3  7  15  5  9  9  1  7  2  1  1  13  11  15  14  9  6 | | |  | | --- | | 10  5  5  4  7  11  13  13  15  11  1  8  5  13  14  14  11  14  13  10  11  13  11  5  13  12  10  9  3  15  6  5  1  6  12  5  3  5  13  3  10  2  13  2  9  3  8  15  7  9  14  2  11  8  8  8  11  8  9  13  1  10  13  12 | |  | |

Ход работы

**2.1. Выявление мешающих параметров непараметрическими методами**

Последовательность обработки будет следующей:

Наличие систематического влияния в измерениях можно определить, построив линию тренда, т.е. аппроксимировав исходные данные функций вида

h = a·i+b, (2.1)

где i – номер измерения по порядку от 1 до N (переставлять результаты измерений нельзя);

a – показатель систематического влияния;

b – оценка наиболее надёжного значения.

Найти неизвестные коэффициенты линии a, b можно решив систему уравнений, которая в матричном виде может быть представлена как

= , (2.2)

где

, (2.3)

. (2.4)

Из чего следует:

- показатель влияния a = 0.0044352854;

- оценка наибольшего надежного значения b=11.7188459646.

Далее необходимо рассчитать погрешность модели по формуле

*μ* = = 1.0133773031, (2.5)

где = a · i + b;

N – количество измерений;

K= количество неизвестных параметров, в нашем случае k = 2.

Систематическое влияние на измерения можно определить по правилу «трёх сигм» или правилу Райта, согласно которому систематическое влияние считается значимым, если не выполняется условие

-3 ·ma≤ a ≤ 3 · ma, (2.6) -0.0072723702 ≤ 0.0044352854≤ 0.00727237702,

где погрешность ma может быть определена по формуле

ma=μ· = 0.0024241234, (2.7)

в которой – первый диагональный элемент обратной нормальной матрицы.

При более точном подходе необходимо вычислить t-статистику Стьюдента

t = = 1.8296224414. (2.8)

Определим табличное значение t-статистики Стьюдента для вероятности P при количестве степеней свободы r = N – k. P= 95%, N=128 , r=126 , тогда :

t=СТЬЮДРАСПОБР(0,05\*2;126)=1.6570369820. (2.9)

Из чего следует

tвыч<tтаб, (2.10)

1.8296224414>1.6570369820,

следовательно, наличие систематических ошибок есть.

Для нахождения измерений с грубыми ошибками может быть использован **критерий Хэмпэла**, согласно которому грубым считается измерение, лежащее вне интервала

AMO\_low≤h≤AMO\_high, (2.9)

8.5253≤ 12.0049≤ 15.5557, (2.11)

где med(h) – медиана, вычисляемая из вариационного ряда измерений hi ;

AMO – абсолютное медианное отклонение, вычисляемое по формуле

AMO = med (|hi – med(h)|)= 0.676, (2.10)

нижняя граница которого вычисляется по формуле

AMO\_low=med(h)–5,2·AMO=8.5253, (2.11)

верхняя граница

AMO\_high=med(h)+5,2·AMO=15.5557. (2.12)

Из чего следует наличие грубых ошибок есть.

**2.2. Альтернативные оценки результатов измерений**

Перед получением альтернативных оценок должны быть найдены среднее арифметическое

h = = 12.0049218800, (2.13)

средняя квадратическая погрешность

m= =1.0227002500, (2.14)

med(h) – медиана;

средняя абсолютная погрешность

*v* = = 0.8074210135. (2.15)

Данные величины являются оценками математического ожидания и стандарта для двух крайних законов распределения (закон Гаусса и закон Лапласа). При этом первая пара оценок весьма чувствительна к отклонению результатов измерений от нормальности и к влиянию мешающих параметров. Вторая пара оценок нечувствительна к этим отклонениям (робастна). Поэтому, степень отличия среднего арифметического от медианы может сказать о значимости посторонних влияний. Если отличия не значимы, то используется первая пара оценок, если значима, то вторая.

Другой подход в определенной выше ситуации заключается в вычислении непараметрических оценок, которые по определению свободны от закона распределения. Наиболее распространенные оценки такого рода – это **L-оценки** и **R-оценки**.

В работе предлагается вычислить следующие наиболее часто встречающиеся **L-оценки** (оценки в линейных комбинациях):

1. **Усеченное среднее** (α-усеченное среднее). Для её нахождения в вариационном ряду необходимо отбросить с левой и правой стороны α=10% значений, а из оставшихся взять обычное среднее арифметическое и получаем 11.9865000;

2. **Винзоризованное среднее** (α-винзоризованное среднее). Для его нахождения необходимо в вариационном ряду α=10% крайних значений присвоить значения: слева – α+1 значение, а справа – (n – α – 1) значение. Другими словами, необходимо *k=(N·α)* последним значениям вариационного ряда присвоить значение предыдущего для них элемента, а первым *k=(N·α)* значениям присвоить значение следующего после них элемента. Из преобразованного ряда берется обычное среднее арифметическое.a=12.0033593.

Из **R-оценок** (оценки в ранговых критериях) предлагается вычислить следующие :

1. **Оценка Бикела-Ходжеса**. Находится как медиана из ряда, полученного из средних арифметических двух значений из вариационного ряда: первое – последнее, второе – предпоследнее и т.д.;

Ө Б-Х = med12.0125000 (2.16)

2. **Оценка Лемана-Хождеса**. Её получают как медиану из всех возможных пар средних в ряду измерений. В работе можно использовать упрощенную оценку, когда в комбинациях для формирования средних значений номер первого слагаемого j всегда меньше номера второго слагаемого k.

h = Ө Л-Х = med. (2.17)

Наряду с этими оценками большое распространение в условиях неопределенности и малом количестве измерений получила **адаптивная оценка Хогга**, когда по величине индикатора выбирается та, или иная формула вычисления оценки. Для её получения используется следующий подход:

(2.18)

где S(0.25; N) – среднее из первых 25% и последних 25% значений вариационного ряда;

Ct(α;N)– α-урезанное среднее. Если α=0, то получают стандартное среднее арифметическое;

при α=0.25 из вариационного ряда удаляется 25% наименьших и 25% наибольших значений, а из оставшихся берётся среднее арифметическое;

при α=0.5 удаляется по 50% слева и справа – стандартная медиана

Для оценки коэффициента *k* используется два подхода.

1. В качестве индикатора *k* берётся значение оценки не центрированного эксцесса

k = E = = 3.2070629258. (2.19)

2. Значение коэффициента, обозначенного *tN*, вычисляют по формуле

k = *tN* = = 2.5634509345. (2.20)

где , – среднее по (100 · β)% наибольших и наименьших элементов вариационного ряда соответственно.

Вычисления выполнить при коэффициенте *k*, который рассчитан с использованием первого и второго подхода.

.

**ВЫВОД**

Таким образом, в ходе лабораторной работы я изучил, а также обработал результаты равноточные, неравноточные измерений, выполнил задачу эталонирования. При обработке равноточных и неравноточных измерений определял наиболее вероятные оценки искомых величин. С помощью этих данных строил доверительный интервал, который при каждом измерении имеет свое определенное значение. Доверительный интервал с заданной вероятностью накрывал истинное значение измеренной величины.

**СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Большаков В.Д. Теория ошибок наблюдений: Учебник для вузов. – 2-е изд., перераб. и доп. М., Недра, 1983. – 223 с.

2. Большаков В.Д., Маркузе Ю.И. Практикум по теории математической обработки геодезических измерений: Учебное пособие для вузов. – М.: Недра, 1984. – 352 с.

3. Чеботарёв А.С. Способ наименьших квадратов с основами теории вероятностей. Издательствогеодезическойлитературы, 1958. – 610 с.

4. Leick A. Adjustment Computations. – Department of Spatial Information Science and Engineering. University of Maine, 1980. – 245 p.

5. Leick A., Humphrey D. Adjustments with examples. – University of Maine, 1986

6. Дегтярёв А.М. Вероятностно-статистические методы в геодезии. Конспект лекций. – Новополоцк: ПГУ, 2005. – 208 с.

7. Михелев, Д.Ш. Геодезические измерения при изучении деформаций крупных инженерных сооружений / Д.Ш. Михелев, И.В. Рунов, А.И. Голубцов. – М., «Недра», 1977, 152 с.